Równania kwadratowe z wartością bezwzględną



Przykład 1

Rozwiążemy równanie $|x^2+3x|=4$.

Skorzystamy z własności wartości bezwzględnej.

Jeżeli $a>0$, to $|x|=a \Leftrightarrow x=-a \vee x=a$.

Otrzymujemy alternatywę równań.

$x^2+3x=4$ lub $x^2+3x=-4$

$x^2+3x-4=0$ lub $x^2+3x+4=0$

$\Delta=9+16=25$ lub $\Delta=9-16<0$ (brak rozwiązań)

$\sqrt{\Delta}=5$

$x_1=\frac{-3-5}{2}=-4$

$x_2=\frac{-3+5}{2}=1$

Rozwiązaniem równania są liczby $x=-4, x=1$.

Przykład 2

Rozwiążemy równanie $|x^2+3x|=4$.

Skorzystamy z własności wartości bezwzględnej.

Jeżeli $a>0$, to $|x|=a \Leftrightarrow x=-a \vee x=a$.

Otrzymujemy alternatywę równań.

$x^2+3x=4$ lub $x^2+3x=-4$

$x^2+3x-4=0$ lub $x^2+3x+4=0$

$\Delta=9+16=25$ lub $\Delta=9-16<0$ (brak rozwiązań)

$\sqrt{\Delta}=5$

$x_1=\frac{-3-5}{2}=-4$

$x_2=\frac{-3+5}{2}=1$

Rozwiązaniem równania są liczby $x=-4, x=1$.

Przykład 3

Rozwiążemy równanie $|x^2+x+5|=0$.

Rozważymy funkcję kwadratową $f(x)=x^2+x+5$.

Funkcja f nie posiada miejsc zerowych, bo $\Delta<0$.

Ponieważ współczynnik przy x^2 jest dodatni ramiona paraboli skierowane są do góry.

Czyli funkcja przyjmuje wartości dodatnie dla $x \in \mathbb{R}$, bo wykres znajduje się powyżej osi X.

Zatem równanie $|x^2+x+5|=0$ nie posiada rozwiązań.

Przykład 4

Rozwiążemy równanie $|x^2+2x|=|1+4x-x^2|$.

Aby rozwiązać równanie skorzystamy z własności, że $|a|=|b| \Leftrightarrow a=b$ lub $a=-b$.

Czyli $x^2+2x=1+4x-x^2$ lub $x^2+2x=-(1+4x-x^2)$.

Zajmiemy się najpierw rozwiązaniem równania $x^2+2x=1+4x-x^2$.

$2x^2-2x-1=0$

$\Delta=4+8=12$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$x_1=\frac{2-2\sqrt{3}}{4}=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

$x_2=\frac{2+2\sqrt{3}}{4}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

Teraz rozwiążemy równanie $x^2+2x=-(1+4x-x^2)$.

$x^2+2x=-1-4x+x^2$

$6x=-1$

$x=-\frac{1}{6}$

Rozwiązaniem równania są liczby $x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}, x=-\frac{1}{6}, x=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Ćwiczenie 1

Niech A oznacza zbiór rozwiązań równania $|x^2+2x-4|=5$. Rozwiąż równanie i wskaż zbiór A.

- ○ $A=\{-1-\sqrt{5},\ -1+\sqrt{5}\}$
- ○ A jest zbiorem pustym.
- ○ $A=\{-1-\sqrt{10},\ -1,\ -1+\sqrt{10}\}$
- ○ A jest zbiorem liczb rzeczywistych.

Sprawdź

Pokaż odpowiedź

Ćwiczenie 2

Rozwiąż równanie $|x^2-x|=|3x+5|$. Wpisz w wyznaczone miejsce poprawną odpowiedź.

Największą liczbą całkowitą spełniającą to równanie jest $x=$ [ ].

Sprawdź

Pokaż odpowiedź

Ćwiczenie 3

Zaznacz poprawną odpowiedź. Rozwiązaniem równania $|2x^2-4x+7|=0$ jest:

- ○ $x=-1, x=-2$
- ○ $x=1, x=2$
- ◉ $\mathbb{R}$
- ○ $\emptyset$

Sprawdź